

EFEITO HALL QUÂNTICO INTEIRO, UM TRATAMENTO CANÔNICO

Uendert dos Santos Andrade¹; Cresus Fonseca de Lima Godinho²

1. Bolsista PIBIC-Af, Discente do Curso de Física, ICE/UFRJ; 2. Professor do DEFIS/ICE/UFRRJ.

Palavras-chave: Efeito Hall Quântico; Quantização; Parênteses de Dirac.

Introdução

Edwin Herbert Hall em 1879 observou que, como efeito de aplicar um campo magnético externo perpendicular a um semicondutor ou condutor que está sendo atravessado por uma corrente, é possível medir uma ddp transversal a corrente, e por consequência um campo elétrico transversal, este efeito foi chamado de Efeito Hall. Resultados previstos pelo Efeito Hall são importantes na indústria eletrônica, pois permite a fabricação de dispositivos eletrônicos. Com a necessidade de produzir dispositivos eletrônicos cada vez menores e mais sofisticados, foi produzida experiências nas condições de baixas temperaturas, da ordem de 4K, e intensos campos magnéticos, da ordem de Teslas, para uma amostra microeletrônica bidimensional, nestas condições o Efeito Hall se mostrou insuficiente como base conceitual para prever e auxiliar nos novos resultados. Os físicos recorreram à descrição quântica para o entendimento destes efeitos não esperado pelo efeito Hall, que a esta altura era chamado de Efeito Hall Clássico (EHC) e o novo Efeito Hall que se apropria da física quântica em sua descrição, foi chamado de Efeito Hall Quântico.

Está associada à ddp transversal uma resistência transversal que é chamada de resistência Hall, esta no contexto clássico segue uma relação linear com o campo magnético externo, já nas condições especiais de baixas temperaturas e intensos campos magnéticos, apresenta platôs em valores exatos de $\frac{h}{ve^2}$, onde ' h ' é a constante de Planck, ' e ' é a carga do portador e ' v ' é um número inteiro, esta é a origem para o nome Efeito Hall

Quântico Inteiro (EHQI), quando ' v ' é um número fracionário, se tem o Efeito Hall Quântico Fracionário (EHQF), que não será objeto de investigação no atual trabalho. Deste modo, este trabalho tem como objetivo o entendimento fenomenológico do EHC e EHQI, apresentar os limites das previsões clássicas e os apontamentos para o entendimento do fenômeno via tratamento quântico.

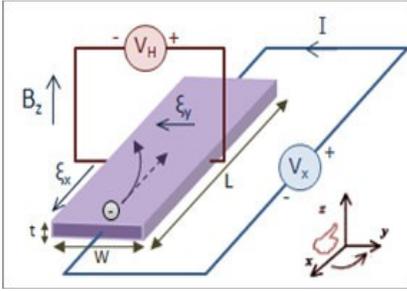
Metodologia

A metodologia da pesquisa foi baseada em revisões de artigos e textos científicos. A fim de alcançar nossos objetivos, começamos revisando os conhecimentos adquiridos ao longo do curso de física, que seriam pertinentes à pesquisa, e introduzindo novos conteúdos à medida que avançávamos cada etapa. Nossas reuniões acontecem toda semana no ICE - DEFIS (sala 51 gabinete 05), onde discutimos sobre o trabalho sanando dúvidas, propondo tarefas e indicando referências. À medida que avançávamos uma etapa maior, eram apresentados seminários para o orientador afim do melhoramento do discente, quanto à questão da argumentação e apresentação dos temas estudados.

Este trabalho, também tem como ênfase, o método de análise que foi utilizado no tratamento do Efeito Hall, que é o tratamento canônico via algoritmo de Dirac-Bergman. Em síntese, este algoritmo trata da transição entre o formalismo Lagrangiano para o formalismo Hamiltoniano de uma forma mais geral, ou seja, mesmo quando esta transição não pode ser feita de maneira independente¹. Neste contexto é dito que a Lagrangiana do sistema é singular. Todas as teorias físicas modernas de significado fundamental são descritas por lagrangianas de matriz hessiana singular (LEMOS, 2004), o que justifica esta abordagem.

Resultados e Discussão

¹ Quando a transição entre os formalismos não pode ser feita de maneira independente é dito que o sistema é vinculado.



No intuito de apresentar e discutir os fundamentos teóricos do EQHI, começamos naturalmente pelo EHC, e mostramos onde este falha em suas previsões, necessitando assim da descrição quântica para o fenômeno. Fizemos também a comparação entre o tratamento via algoritmo de Dirac-Bergman e o tratamento usual para a dinâmica do sistema.

A *figura1* esquematiza a experiência do Efeito Hall como discutido na introdução. Na presença do campo B_z os

portadores de carga em movimento sentem a força magnética e são desviados. Portanto a força de Lorentz deve ser $f_y = e \xi_y - e v_x B_z$. O efeito Hall é mensurado de acordo com a

condição de que a corrente na direção y seja zero, $J_y = 0$. Isso significa que $f_y = 0$ e o campo elétrico Hall é $\xi_y = v_x B_z$. Então prosseguindo os cálculos mostramos a resistência

longitudinal $R_{xx} = \rho L / Wt$ e a

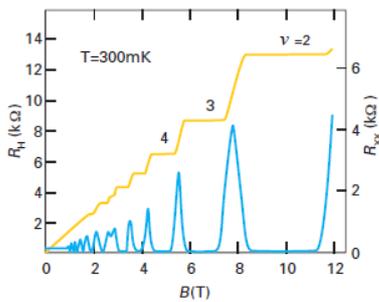
Figura1 – Montagem para observar

resistência Hall $R_H = B_z / net$

, repare que nestas previsões o Efeito Hall.

sobre o E.H. a resistência longitudinal não depende de B_z

e a resistência Hall depende linearmente de B_z .



Entretanto observações experimentais concluem que para um dado campo magnético crítico a resistência longitudinal oscila com o campo B_z , estas observações são consequência da quantização da energia para intensos campos magnéticos, com isso a resistência Hall não é mais linear em B_z e

assume valores específicos de $R_H = h / ve^2$ ao passo que

a resistência longitudinal é nula nos valores específicos para a resistência Hall quantizada, como ilustra a *figura2*, esta fenomenologia caracteriza o Efeito Hall Quântico Inteiro. A lagrangiana do Efeito Hall é a lagrangiana de uma partícula carregada na presença de um

campo eletromagnético externo que segundo (LEMOS, 2006) é $L = \frac{m}{2} \dot{q}_i^2 - e(\dot{q}_i \cdot \vec{A}) - eV$,

a fim de aplicar o algoritmo de Dirac a este sistema, investigamos se a transição entre os formalismos acarretam o que chamamos de vínculos primários, que são relações funcionais entre os momentos e as coordenadas generalizadas do tipo $\phi_m(q, p) = 0$. No Efeito Hall

Clássico, verificamos que esta transição não gerou vínculos, e prosseguimos no caminho para obter a dinâmica *Figura 2 – Na parte superior* do sistema através dos Parênteses de Poisson,

$$\dot{q} = [q, H] \quad \text{a resistência Hall e na inferior} \quad \dot{p} = [p, H], \text{ que no fim}$$

gerou as mesmas equações de movimento que as equações Newtonianas. Posteriormente

tomamos a condição de altos campos magnéticos e realizamos a transição entre os formalismos novamente, desta vez nos deparamos com a aparição de vínculos, como consequência não podemos mais usar os parentes de Poisson, pois estes não descrevem sistemas vinculados, então definimos o que se chama de Parênteses de Dirac, que é uma extensão dos parênteses de Poisson para sistemas vinculados, nesta abordagem fomos capazes de identificar através do método de Dirac a equivalência entre os parênteses de Dirac, e a relação de comutação que nos levou a quantização.

Conclusão

Por todas as razões demonstradas acima, podemos concluir que o método de Dirac é equivalente à descrição usual para a dinâmica, uma vez que gera as mesmas equações que a descrição Newtoniana. No contexto em que aparece a relação de vínculo, podemos inferir que esta relação não foi uma mera condição matemática que não foi satisfeita na transição entre os formalismos, uma vez que a aparição dos vínculos foi devida a imposição da condição física do campo magnético ser intenso, este fato mostra que os vínculos são repostas a condições físicas do problema.

Referências Bibliográficas

- DIRAC, P.A.M. Lectures on Quantum Mechanics. New York: Dover Publications, 2001.
- DOUÇOT, B.; PASQUIER, V. Physics in a Strong Magnetic Field. The Quantum Hall Effect. Poincaré Seminar 2004. v. 45, p. 23-53, 2005.
- KINOSHITA, J. Quantum Hall Effect. JICA/NIMT Project. v. 9, n. 39, julho-agosto 2007.
- LEMOS, N. A. Mecânica Analítica. São Paulo: Livraria da Física, 2007.