SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO CALOR ATRAVÉS DO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

Gabriel Martins Vieira[1] & Luiz Augusto da Cruz Meleiro[2]

1. Bolsista PIBIC, Discente do Curso de Engenharia Química, DEQ/UFRRJ; 2. Professor do DEQ/UFRRJ.

Palavras-chave: Fluidodinâmica Computacional; Equações de conservação; Método de Thomas.

Introdução

O trabalho apresenta os resultados da simulação da solução numérica da equação do calor bidimensional através do método dos volumes finitos, com a solução do sistema de equações algébricas pelo Método de Thomas ou TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*). Utilizou-se como ambiente de programação o aplicativo MATLAB®, versão do estudante disponível no DEQ/UFRRJ.

Todo método que, para obter as equações aproximadas, satisfaz a conservação da propriedade em nível de volumes elementares é um método de volumes finitos. Existem duas maneiras de se obter as equações aproximadas no método dos volumes finitos. A primeira é a realização de balanços da propriedade em questão nos volumes elementares, ou volumes finitos, e a segunda é integrar sobre o volume elementar, no espaço e no tempo, as equações na forma conservativa (Maliska, 2004).

Metodologia

O método dos volumes finitos tem como ponto de partida a equação conservativa genérica em sua forma integral, dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\phi dV + \int_S \rho\phi\vec{v}\cdot\vec{n}dS = \int_S \Gamma\vec{\nabla}\phi\cdot\vec{n}dS + \int_V q_\phi dV \tag{1}$$

O objetivo do presente trabalho é determinar o perfil de distribuição de temperatura ao longo de uma placa plana retangular de aço carbono com espessura de 1 cm, conforme ilustrado na Figura 1. As propriedades físicas do aço são: ρ (kg/m^3) = 7860, C_P (kcal/kg.ºC) = 486 e k (kcal/kg.ºC) = 52,9 (Versteeg, H. K. e Malalasekera, W., 2007).

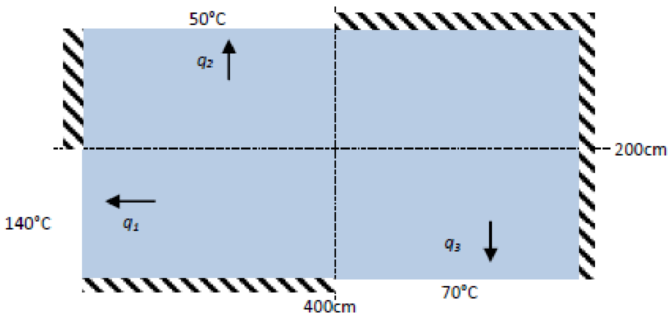

Figura 1: Placa de aço carbono ASTM A-36 retangular 200x400 cm.

A equação diferencial parcial que governa a transferência de calor bidimensional transiente com termo fonte (*S*) ao longo da placa é dada por:

$$\rho Cp\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+S$$

(2)

A integração no tempo e no espaço bidimensional segundo o domínio indicado resulta em:

$$\int_{t_0}^{t+\Delta t}\int_{VC}\rho Cp\frac{\partial T}{\partial t}dxdy=\int_{t_0}^{t+\Delta t}\int_{VC}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+S\right]dxdy$$

(3)

que, na versão discretizada, é descrita pelo sistema de equações algébricas:

$$a_P T_P = a_W T_W + a_E T_E + a_S T_S + a_N T_N + b$$

(4)

onde os índices subscritos da equação discretizada indicam a localização dos volumes circunvizinhos que exercem influência sobre um volume *P*.

Resultados e Discussão

Através da aplicação do método dos volumes finitos na equação do calor bidimensional, a distribuição de temperatura na superfície da placa de aço após um período tempo de 300 segundos pode ser visualizada na Figura 2.

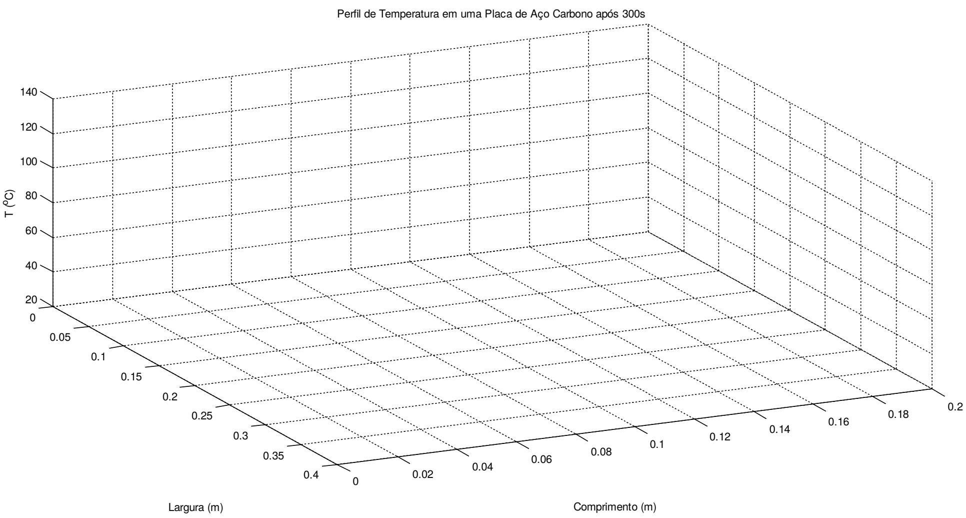

Figura 2: Distribuição de temperatura na superfície da placa de aço após 300 segundos.

Conclusões

A partir dos resultados obtidos das simulações foi possível perceber a importância da técnica de fluidodinâmica computacional para descrever problemas de transferência de calor, extremamente estudados no âmbito da Engenharia Química. Foi verificado que o Método dos Volumes Finitos apresenta soluções coerentes com a realidade física do problema e, consequentemente, resultados confiáveis. A aplicação do Método de Thomas para resolver o sistema de equações algébricas oriundos da discretização da equação de transporte mostrou-se bastante útil, tendo em vista que este método é ideal para resolver sistemas esparsos.

Referências Bibliográficas

FERZIGER, H.J. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2002.

MALISKA, C.R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional (2ª Edição). LTC, 2004.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. 2. ed. Prentice Hall, 2007.